

## ОПТИМИЗАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДИСКРЕТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В.Г. Букреев, И.Ю. Краснов, А.К. Чашин, С.К. Соснин

Томский политехнический университет

E-mail: vbuk@yandex.ru

*Рассматривается процедура синтеза структуры системы и законов управления на основе функции Гамильтона, изменение которой на оптимальной траектории движения позволяет организовать адаптивные алгоритмы. Приводится пример адаптивного управления электроприводом постоянного тока при существенном изменении динамического момента нагрузки.*

### Введение

Для обеспечения требуемых показателей качества технологического процесса в условиях нестационарности параметров внешней среды и неконтролируемости переменных состояния многосвязной электро-механической системы (ЭМС) необходимо организовать адаптивное управление протекающими процессами в системе [1, 2]. На этапе синтеза таких ЭМС принимают определенные допущения, которые позволяют на основе методов аналитического конструирования оптимальных регуляторов, синтезировать структуру и параметры адаптивных регуляторов. Количественные значения допущений обычно определяются из идеализированных условий протекания технологических процессов и функционирования электро-механической системы. Таким образом, уже на стадии проектирования ЭМС предполагается отличие назначенного функционала качества от действительного значения. Дальнейшее снижение качества в ЭМС с жесткой и неизменяемой структурой регулятора будет наблюдаться при увеличении числа неконтролируемых переменных, неизмеряемых возмущений или превышении определенных граничных значений измеряемых возмущений.

Одним из вариантов снижения эффекта влияния нестационарности возмущений на качественные показатели процесса управления ЭМС является применение методов алгоритмического конструирования нестационарных систем. Принципиальное отличие методов алгоритмического конструирования нестационарных систем от методов аналитического конструирования оптимальных регуляторов заключается в том, что первые позволяют целенаправленно создать некоторое множество структур адаптивных регуляторов, включение которых в структуру ЭМС определяется в процессе функционирования системы условиями оптимизации функционала качества. Для синтеза структуры системы и законов управления нестационарными объектами можно использовать функцию Гамильтона, изменение которой на оптимальной траектории движения ЭМС позволяет организовать адаптивные алгоритмы [3].

### Постановка задачи

Динамика электро-механического объекта (ЭМО) с учетом стационарности его параметров на интервалах дискретности  $(t_0 + jT, t_0 + jT + t_1)$  и  $(t_0 + jT + t_1, t_0 + T_{\max})$

управляющих сигналов ( $j$  – целое действительное число) может быть представлена дифференциальными уравнениями [4]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + bU(t) + m_H \\ \text{при } t \in (t_0 + jT, t_0 + jT + t_1), \\ \dot{x}(t) = A_2 x(t) + bU(t) + m_H \\ \text{при } t \in (t_0 + jT + t_1, t_0 + T_{\max}), \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_i = x(t)$  – вектор состояния ЭМО в момент времени  $t$ ;  $A_1, A_2$  – матрицы параметров объекта на интервалах подключения (от  $t_0$  до  $t_1$ ) и отключения (от  $t_1$  до  $T_{\max}$ ) управляющих сигналов объекта соответственно;  $t = t_0, T, 2T, \dots$  – моменты времени;  $t_0$  – время, характеризующее начальное состояние электро-механического объекта  $x(t=t_0) = x_0$ .

В результате интегрирования ур. (1) на интервалах времени от  $t_0$  до  $t_1$  и от  $t_1$  до  $T_{\max}$ , где  $T_{\max}$  – максимальный период дискретности управляющего сигнала, записывается дискретное векторно-матричное уравнение, характеризующее движение ЭМС:

$$x_{t+1} = F x_t + (\tilde{A} x_t + G_1^*) \gamma + G_2^*,$$

где  $F = \exp(A_2 T_{\max})$ ;  $\tilde{A} = \exp(A_2 T_{\max})[A_1 - A_2]$ ;  $G_1^* = \exp(A_2 T_{\max}) b_u u_0 + (A_2 T_{\max})(b_0 U_0 + m_H)$ ;  $G_2^* = T_{\max}(b_0 U_0 + m_H)$ ;  $b_u, b_0, m_H$  – векторы соответствующей размерности, характеризующие параметры силовых цепей импульсного преобразователя и звеньев механической нагрузки объекта,  $\gamma$  – управляющее воздействие, в качестве которого рассматривается относительная продолжительность включения импульсного преобразователя:

$$\gamma(u(jT)) = \begin{cases} |k(t)u(jT)| & \text{при } |u(jT)| \leq T/k(t) \\ T & \text{при } |u(jT)| > T/k(t), \end{cases}$$

$$U(t) = \begin{cases} U_1(t) & \text{при } t_0 + jT \leq t \leq t_0 + jT + \gamma(u(jT)) \\ U_2(t) & \text{при } t_0 + jT + \gamma(u(jT)) < t < t_0 + (j+1)T, \end{cases}$$

где  $u(jT)$ ,  $k(t)$  – входной сигнал и коэффициент передачи импульсного преобразователя электро-механического модуля соответственно;  $\gamma(u(jT))$  – длительность включенного состояния импульсного преобразователя;  $T$  – период импульсного преобразователя;  $U_1(t)$ ,  $U_2(t)$  – выходные напряжения импульсного преобразователя, модулируемые по требуемому закону на соответствующих интервалах времени.

Вектор измеряемых переменных в системе управления ЭМО формируется следующим образом:

$$y_t = C x_t,$$

где  $C$  —  $m \times n$  — матрица, состоящая из нулей и единиц и характеризующая включение в состав технически измеряемых компонент вектора  $x_t$  состояний объекта.

Для решения задачи конструирования системы управления ЭМО требования к качественным показателям формируются в виде функционала от переменных состояния, управления и времени. Распространенной формой записи функционала качества является квадратичная форма, представленная для дискретных ЭМС с одномерным управлением в виде:

$$I(x_t, U_t) = \sum_{t=0}^N (x_t^T Q x_t + U_t^2 R), \quad (2)$$

где компоненты матрицы  $Q$  и постоянной  $R$  характеризуют вклад соответствующих переменных и управления  $U_t$ . Условия минимума этого функционала, с учетом  $Q=Q^T \geq 0$  и  $R > 0$ , позволяют построить управление, стабилизирующее переходные процессы в замкнутой системе регулирования на рассматриваемом интервале времени  $N$ . Техническая сложность или практическая невозможность измерения полного вектора  $x_t$  состояния электромеханических объектов и их исполнительных приводов обуславливает необходимость построения адаптивного управления ими с наблюдателем состояния в условиях неконтролируемых возмущений и неполной информации о протекающих процессах.

### Синтез алгоритма адаптации

Представляя функционал качества (2) с учетом использования оценки  $\hat{x}_t$  динамического процесса  $x_t$  в виде суммы двух функционалов  $I_1(\varepsilon_t = x_t - \hat{x}_t)$  и  $I_2(\hat{x}_t, U_t)$ , построение структуры СУ ЭМО и синтез параметров контуров адаптации можно осуществить в три этапа [5]:

Первый — заключается в синтезе структуры системы управления при решении двух подзадач: минимизация функционала  $I_1(\varepsilon_t)$  качества оценки  $\hat{x}_t$  динамического процесса  $x_t$  по наблюдениям  $y_t$  и построение управления  $U_t$ , доставляющего минимум функционалу  $I_2(\hat{x}_t, U_t)$ .

Второй — предполагает построение алгоритмов адаптации в структурном пространстве системы управления с помощью минимизации функционалов  $I_1(\varepsilon_t)$  и  $I_2(\hat{x}_t, U_t)$  в пространстве параметров ЭМО:

$$\psi_t = [\psi_t^P, \psi_t^H, \psi_t^D]^T.$$

где  $\psi_t^P, \psi_t^H, \psi_t^D$  — подвектор строки структурных параметров регулятора, наблюдающего устройства и датчиков соответственно.

Третий этап — заключается в выборе алгоритмов настройки  $\psi_t^P, \psi_t^H, \psi_t^D$ :

$$\psi_t^P = \psi_{t-1}^P + [\beta_{t-1}^P O(x_t, U_t)^P],$$

$$\psi_t^H = \psi_{t-1}^H + [\beta_{t-1}^H O(x_t, U_t)^H],$$

$$\psi_t^D = \psi_{t-1}^D + [\beta_{t-1}^D O(x_t, U_t)^D],$$

где  $\beta_t^P, \beta_t^H, \beta_t^D$  — матрицы параметров контуров адаптации для соответствующих составных элементов системы управления;  $O(\hat{x}_t, U_t)^P, O(\hat{x}_t, U_t)^H, O(\hat{x}_t, U_t)^D$  — условия оптимальности функционалов  $I_1(\varepsilon_t)$  и  $I_2(\hat{x}_t, U_t)$ . Здесь определяются такие компоненты матриц  $\beta_t^P, \beta_t^H, \beta_t^D$ , которые обеспечивают асимптотический переход периферийных значений функционала  $I_2(\hat{x}_t, U_t)$  к его экстремальным значениям.

Предлагаемая структура (рис. 1) системы управления ЭМО позволяет реализовать множество алгоритмов с возможностью анализа условий декомпозиции эталонной модели (наблюдателя состояний). На структурной схеме дополнительно обозначены векторы:  $x_{M0}$  — начальных состояний эталонной модели;  $x_{Mt}$  — состояний эталонной модели;  $\Delta K_R$  — приращений перенастраиваемых параметров регулятора.

Анализатор формирует необходимые значения логических сигналов  $\rho_M, \rho_P, \rho_{OC}$ , которые осуществляют переключение структур регулятора, эталонной модели, устройств обратной связи при выполнении условий устойчивости многосвязного ЭМО.

Раздельное решение задачи оптимизации движения ЭМО на первом этапе предполагает включение блока задержки, которое на интервале времени  $[t_0, N_1]$  отключает управляющее воздействие, поступающее с выхода широтно-импульсного преобразователя на исполнительные приводы ЭМО. На этом промежутке времени в наблюдателе состояния происходит формирование наилучшей оценки  $\hat{x}_t$  состояния  $x_t$  по измерениям  $y_t$  и на интервале  $[N_1, N]$  подключается управляющее воздействие  $U_t$  на входы исполнительных приводов и наблюдателя состояний ЭМО, который исполняет роль эталонной модели.

Следовательно, для уменьшения или устранения нежелательных переходных процессов в ЭМО, вызываемых неадекватностью начальных условий необходимо ввести блок задержки. Длительность интервала  $N_1$  при формировании наилучшей оценки вектора  $x_t$  состояния по измерениям  $y_t$  можно определять в результате экспериментальных исследований ЭМО, либо на основе сравнений компонент векторов  $y_t$  и  $\hat{y}_t = C\hat{x}_t$ . Причем второй способ предполагает наличие в  $y_t$  переменной с максимальным временем переходного процесса. Данный способ отыскания  $N_1$  имеет ограниченные возможности при значительных изменениях параметров ЭМО. Поэтому актуальной задачей становится задача построения алгоритма функционирования блока задержки, использующей значения измеряемых переменных, параметров наблюдателя и регулятора.

Рассмотрим упрощенную модель ЭМС вида

$$x_{t+1} = F x_t + G U_t \quad (3)$$

и функции Ляпунова квадратичной формы

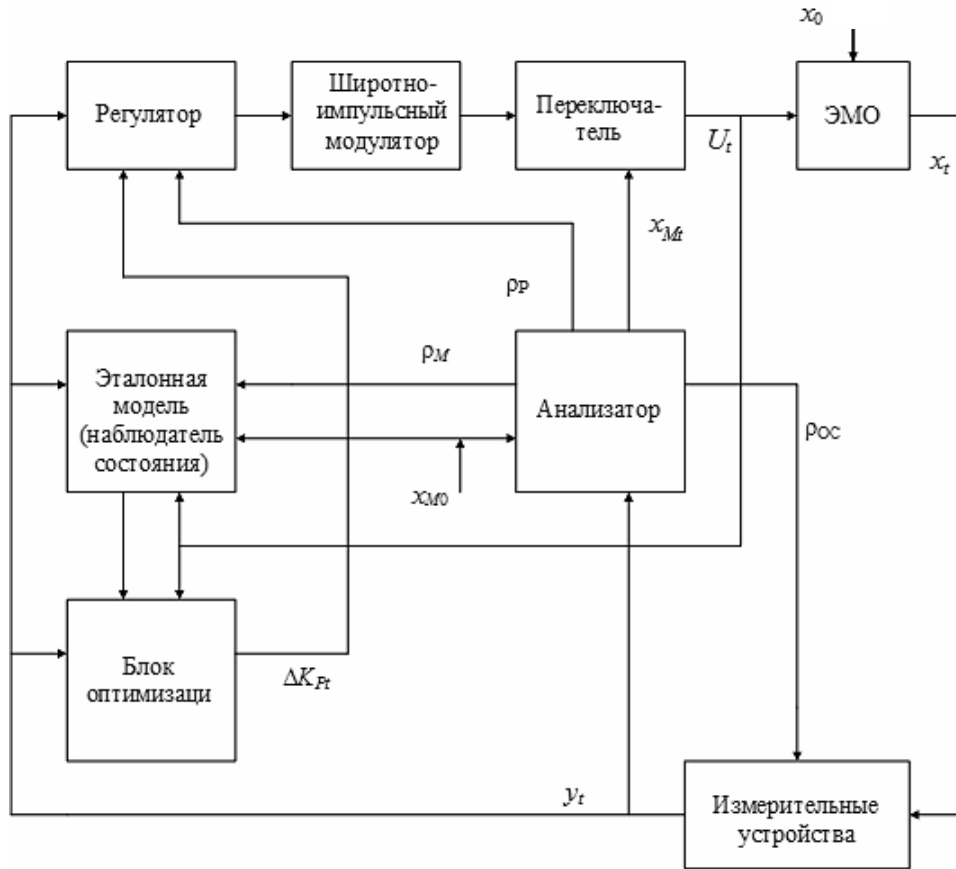


Рис. 1. Структура адаптивной системы управления ЭМО с разделением процессов наблюдения и управления

$$V_1(\varepsilon_t) = \varepsilon_t^T K_H \varepsilon_t,$$

$$V_2(\hat{x}_t) = \hat{x}_t^T K_p \hat{x}_t,$$

где  $K_H$ ,  $K_p$  – матрицы коэффициентов усиления наблюдателя состояний и регулятора ЭМС.

Предположим, что наблюдатель состояния характеризуется матрицей  $L$  параметров соответствующей размерности. Тогда, записывая первую разность  $\Delta V_1(\varepsilon_t)$  и  $\Delta V_2(\hat{x}_t)$  соответствующих функций Ляпунова:

$$\Delta V_1(\varepsilon_t) = \varepsilon_{t+1}^T K_H \varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t^T K_H \varepsilon_t \quad (4)$$

$$\Delta V_2(\hat{x}_t) = \hat{x}_{t+1}^T K_p \hat{x}_{t+1} - \hat{x}_t^T K_p \hat{x}_t. \quad (5)$$

Учитывая ур. (3), уравнения (4, 5) запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta V_1(\varepsilon_t) &= -\varepsilon_t^T [K_H - (F - LC)^T K_H (F - LC)] \varepsilon_t, \\ \Delta V_2(\hat{x}_t) &= -\hat{x}_t^T [K_p - (F - G K_p)^T K_p (F - G K_p)] \hat{x}_t + \\ &\quad + \varepsilon_t^T C^T L^T K_p L C \varepsilon_t. \end{aligned} \quad (6)$$

Из ур. (6) получаем условие асимптотической сходимости процесса восстановления:

$$(F - LC)^{-1} > (F - LC)^T.$$

Таким образом, асимптотические свойства переходных процессов в наблюдателе состояния выполняются при следующих неравенствах:

$$(F - G K_p)^{-1} > (F - G K_p)^T,$$

$$\begin{aligned} &\hat{x}_t^T [K_p - (F - G K_p)^T K_p (F - G K_p)] \hat{x}_t - \\ &- (y_t - C \hat{x}_t)^T L^T K_p L (y_t - C \hat{x}_t) > 0. \end{aligned}$$

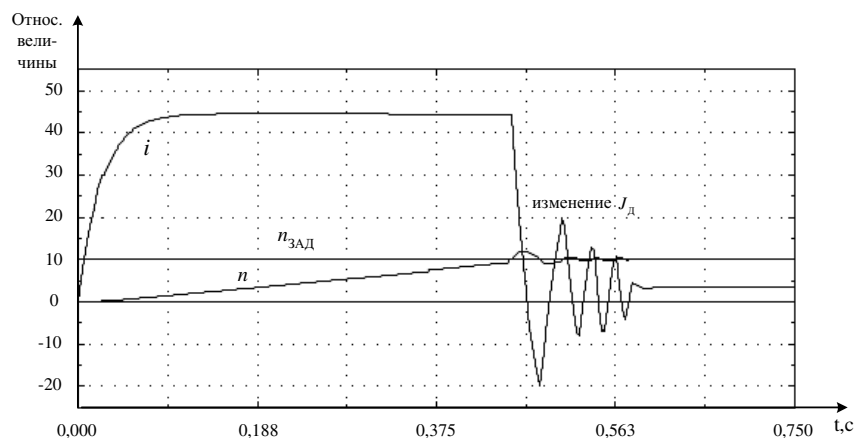
Последнее неравенство можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} &\hat{x}_t^T [K_p - (F - G K_p)^T K_p (F - G K_p)] \times \\ &\times \hat{x}_t (y_t - C \hat{x}_t)^T L^T K_p L (y_t - C \hat{x}_t). \end{aligned} \quad (7)$$

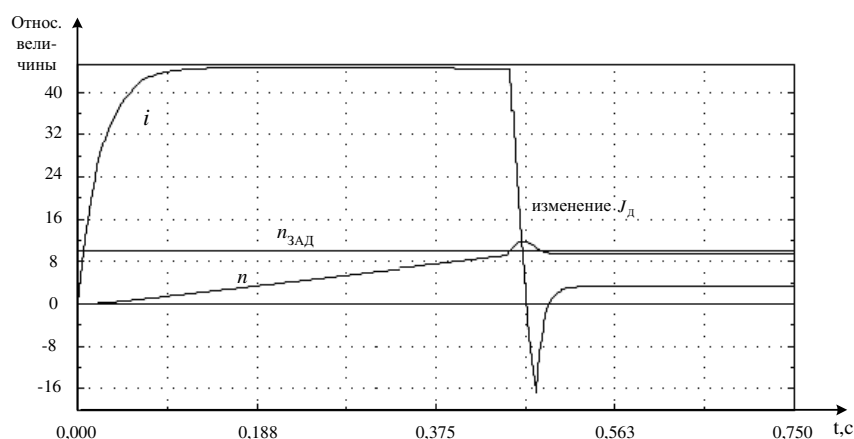
Неравенство (7) является алгоритмом работы (рис. 1) устройства переключения, при выполнении которого осуществляется подключение управляющего воздействия  $U_t$  исполнительным приводом в момент минимальной оценки значений вектора состояний ЭМС.

#### Пример моделирования

В качестве объекта исследования для имитационного моделирования алгоритмов управления использовался электропривод постоянного тока с



**Рис. 2.** Переходные процессы тока  $i$  и скорости  $n$  в электроприводе при скачкообразном уменьшении неконтролируемого  $J_d$  на 50 % от  $J_{d\text{ном}}$  без подключения контура адаптации



**Рис. 3.** Переходные процессы тока  $i$  и скорости  $n$  в электроприводе при скачкообразном уменьшении неконтролируемого  $J_d$  в 15 раз от  $J_{d\text{ном}}$  с адаптивным регулятором

электродвигателем типа ДК-1-2.3 и Г-образным силовым фильтром на входе полупроводникового преобразователя, параметры которого приведены в таблице.

**Таблица.** Параметры электропривода

Параметры электродвигателя ДК-1-2.3	Значение
Индуктивность якорной обмотки, мГн	2,24
Активное сопротивление цепи якоря, Ом	0,25
Конструктивная постоянная	0,035
Момент инерции якоря, кг/см <sup>2</sup>	2,3
Магнитный поток, мВб	1,75...2,20
ЭДС двигателя при $n_{\text{ном}}$ , В	32...41
Напряжение питания, В	45
Номинальный ток якоря, А	7,5
Номинальная частота вращения $n_{\text{ном}}$ , об/мин	1000
Индуктивность силового фильтра, мГн	2
Активное сопротивление силового фильтра, Ом	0,02
Емкость конденсатора силового фильтра, мкФ	4000
Период коммутации преобразователя, мс	0,33

На примере электропривода постоянного тока синтезированный алгоритм перенастройки коэффициентов передачи по току  $K_i$  и скорости  $K_\omega$  дви-

гателя адаптивного регулятора является высокоэффективным способом компенсации влияния такого возмущения, как момент инерции  $J_d$  нагрузки двигателя. Так, при скачкообразном уменьшении  $J_d$  в 15 раз от номинального значения  $J_{d\text{ном}}$  практически полностью исключается колебательный характер процессов стабилизации тока  $i$  и скорости  $n$  двигателя (рис. 2, 3).

При моделировании алгоритмов управляющее воздействие электропривода и значения перенастраиваемых параметров адаптивного регулятора для будущего интервала дискретности импульсного преобразователя вычисляются на текущем интервале.

### Выводы

Предложен метод синтеза структуры системы управления электромеханическим объектом с использованием функции Гамильтона. За счет организации контура адаптации в несколько раз повышается эффективность регулирования: точность управления с параметрическими и внешними возмущениями возрастает в 4 раза.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 1998. – 574 с.
2. Красовский А.А. Алгоритмические основы оптимальных адаптивных регуляторов нового класса // Автоматика и телемеханика. – 1995. – № 9. – С. 104–106.
3. Борцов Ю.А., Поляхов Н.Д., Путов В.В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 216 с.
4. Борцов Ю.А., Федоров С.В. Адаптивные электроприводы и следящие системы // Электротехника. – 1993. – № 7. – С. 4–8.
5. Букреев В.Г., Параев Ю.И. Адаптивные регуляторы в дискретных системах управления сложными электромеханическими объектами. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. – 278 с.